

张凌空、牛安福, 2013, 钻孔体应变与面应变观测参数 k 的计算, 中国地震, 29(3), 335 ~ 346。

钻孔体应变与面应变观测参数 k 的计算

张凌空 牛安福

中国地震台网中心, 北京市西城区三里河南横街 5 号 100045

摘要 钻孔体应变与面应变观测模型是地壳岩石应变测量资料分析的理论基础, 对揭示研究对象的物理本质有所帮助, 因为都含有参数 k (应变仪钢筒内壁面应变与空孔岩石面应变之比), 故 k 的解算对模型的正确表述十分关键。考虑到外加应力需在岩石、膨胀水泥和仪器钢筒等 3 层介质中传递的实际情况, 根据弹性力学中的厚壁圆筒方程, 推导出轴对称应力作用下 k 的计算式, 该式与平面应力作用下基于双衬套理论 (潘立宙、欧阳祖熙和陈沉俊等建立) 的解算结果完全一致, 公式的可靠性由此得到互证。又对 k 的影响因素进行了系统研究, 给出有关变化规律曲线和定量指标。最后, 与 Evertson 用 2 层介质模型 (岩石、钢筒) 推导的 k 值 (0.9) 进行了比较, 指出二者之间的明显差异和 0.9 的狭窄适用范围。

关键词: 钻孔体应变与面应变观测 k 值计算 厚壁圆筒方程 双衬套理论 Evertson

[文章编号] 1001-4683 (2013) 03-0335-12 [中图分类号] P315 [文献标识码] A

0 引言

钻孔体应变仪与分量式应变仪是地壳岩石体应变与面应变相对连续测量使用的两种主要仪器 (后者还可以确定最大、最小主应变的数值及方向), 一般安装在井下几十米至数百米深的基岩中, 探头钢筒用膨胀水泥 (或改进的普通水泥) 与岩石耦合 (焊接), 保证应力与位移在边界上连续, 二者工作原理相近。体应变观测数据可以由体应变仪直接测得, 面应变观测数据则需要简单计算。对于国产 4 分量应变仪, 其各分量元件互成 45° 呈米字型排列, 面应变等于两个相互垂直的分量元件测值之和, 即元件 1 + 元件 3 或元件 2 + 元件 4, 理论上两组面应变应相等, 这也是该种应变仪的自检条件; 国外的 3 分量应变仪, 其各分量元件互成 60° 排列, 面应变等于 3 个分量元件测值之和的 $2/3$ 。1968 年, 美国卡耐基研究所 Sacks 教授和德克萨斯大学 Evertson 博士等共同研制出世界上第一台钻孔应变仪 (Sacks et al, 1971), 称为 Sacks-Evertson 体应变仪, 之后在美国、日本、南非、冰岛和中国 (首都圈及台湾地区) 等地区开展了地震、矿震、慢地震与火山的监测研究 (Mcgarr et al, 1982; 刘澜波等, 1986; Borchardt et al, 1989; Linde et al, 1993、1995、2002; Liu et al, 2009; 张凌空等, 2009)。近 30 年来, 美国、中国、日本和澳大利亚等已有多种型号的体积式和分量式应变仪相继研制成功 (苏恺之等, 2003; 邱泽华等, 2004、2010; 欧阳祖熙等, 2009; 李海亮等, 2010; 牛安福等,

[收稿日期] 2013-06-28

[项目类别] 国家科技支撑计划项目 (2012BAK19B02-02) 与地震行业科研专项 (201108009) 联合资助

[作者简介] 张凌空, 男, 1962 年生, 高级工程师, 主要从事钻孔应变观测技术研究。E-mail: zhll1023@163.com

2011)。开始于 2003 年的美国板块边界观测计划 (PBO) (张宝红, 2004、2010) 决定沿圣安德烈斯断层和阿拉斯加南部地区新建 175 个钻孔应变台站, 目前已安装了 85 套 Gladwin 型分量式应变仪 (Roeloffs, 2010), 并获得初步观测资料。受美国 PBO 计划的影响, 中国地震局“十五”期间进行了大规模数字化地震观测网络建设, 钻孔应变仪作为重要的形变前兆观测仪器开始在全国重点地震监测区得到使用和推广, 其中国产 TJ-2 型体应变仪建立了 80 余个测点, 国产 YRY-4 型和 RZB-2 型分量式应变仪分别建立了 40 个和 12 个测点, 预计“十二五”期间还将有一大批新建台站启用。台网的快速发展迫切需要运用钻孔应变观测的基本理论来指导实际资料的分析工作, 以期在地震、火山和板块边界观测中发挥更大作用。

Evertson (1977) 在“用于地震学研究的钻孔应变仪”的研究报告里首次建立了体应变观测模型, 即在 3 向空间应力 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 作用下, 探头钢筒内壁上的体应变可以写成

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Ti} &= [(\sigma_3 - \mu_3\sigma_1 - \mu_3\sigma_2) + k(2\sigma_1 + 2\sigma_2 - 2\mu_3\sigma_3)] / E_3 \\ &= \{ [\sigma_3 - \mu_3(\sigma_1 + \sigma_2)] + k[2(\sigma_1 + \sigma_2) - 2\mu_3\sigma_3] \} / E_3 \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $[\sigma_3 - \mu_3(\sigma_1 + \sigma_2)] / E_3 = \varepsilon_v$, 表示岩石轴向应变, 考虑到钢筒通过水泥与岩石耦合的边界条件, 可以认为钢筒沿其轴向相对变化量近似等于周围岩体的轴向应变; $[2(\sigma_1 + \sigma_2) - 2\mu_3\sigma_3] / E_3 = \varepsilon_{m0}$, 表示空孔岩石面应变; E_3 、 μ_3 分别为岩石弹性模量和泊松系数; k 是应变仪钢筒内壁面应变 (ε_m) 与空孔岩石面应变 (ε_{m0}) 之比。很显然, k 是一个至关重要的参数, 它直接影响到模型的表述正确与否。Evertson (1977) 采用 2 层介质力学模型 (岩石、仪器钢筒) 并做了两点假定 (见后面详述) 后解算出

$$k = \varepsilon_m / \varepsilon_{m0} \approx 0.9 \quad (2)$$

因为分量式应变仪没有钢筒轴向上线应变的记录功能, 故 $\varepsilon_v = 0$, 根据 (1) 式可以进一步推出钢筒内壁上的面应变为

$$\varepsilon_{mi} = 2k(\sigma_1 + \sigma_2 - \mu_3\sigma_3) / E_3 \quad (3)$$

考虑到地壳上部岩石大部分以水平应力为主导, 将 $\sigma_3 = 0$ 代入 (1)、(3) 式, 还可以推出在平面应力 (σ_1 、 σ_2) 作用下, 钢筒内壁上体应变与面应变的表达式分别为

$$\varepsilon_T = (2k - \mu_3)(\sigma_1 + \sigma_2) / E_3 \quad (4)$$

$$\varepsilon_m = 2k(\sigma_1 + \sigma_2) / E_3 \quad (5)$$

(1)、(3) 和 (4)、(5) 两组公式构成了体应变与面应变观测的理论模型, 因而对指导实际工作非常有意义, 其中参数 k 的引入是 Evertson 所做的一项极为重要的工作。受 k 值概念启发, 张凌空等 (2012) 曾用另一种思路详细推导了平面应力 (σ_1 、 σ_2) 作用下钢筒内壁上体应变与面应变的表达式, 结果同 (4)、(5) 式的表述完全一样, 但参数 k 的求取与 Evertson 明显不同。张凌空等 (2012) 认为, Evertson 的 k 值有些问题, 这是因为实际观测系统为 3 层介质 (岩石、水泥、仪器钢筒), 故忽略了水泥层影响的 2 层介质模型不甚合理。根据潘立宙 (1981)、欧阳祖熙等 (1988) 和陈沅俊 (1990) 等提出的双衬套理论及弹性力学知识 (杨绪灿等, 1987), 张凌空等 (2012) 重新解算了 k 值, 证明它与钻孔观测系统的各层材料及半径都有关, 是一个复杂的复合函数, 可表述为

$$k = x_4 E_3 / E_1 \quad (6)$$

其中

$$x_4 = \frac{r_2^2 r_3^2 (\alpha_2 + \beta_2) (\alpha_3 + \beta_3)}{r_2^2 (\alpha_2 - \alpha_3) [r_1^2 (\alpha_1 + \beta_2) + r_2^2 (\beta_1 - \beta_2)] + r_3^2 (\alpha_3 + \beta_2) [r_1^2 (\alpha_1 - \alpha_2) + r_2^2 (\alpha_2 + \beta_1)]} \quad (7)$$

式中各系数分别为(称为设定(I))

$$\alpha_1 = (1 + \mu_1) / E_1, \quad \alpha_2 = (1 + \mu_2) / E_2, \quad \alpha_3 = (1 + \mu_3) / E_3$$

$$\beta_1 = (1 - \mu_1) / E_1, \quad \beta_2 = (1 - \mu_2) / E_2, \quad \beta_3 = (1 - \mu_3) / E_3$$

由于双衬套理论涉及到的数学、力学知识比较艰深,令许多实际工作者理解和应用起来都有一定困难,公式的正确性也不易判别,导致该理论问世以来一直鲜有人探究。因此,很有必要寻找一种简明的方法重新推导参数 k 的计算式并与之比对。本文决定沿用 Evertson (1977) 思路中的合理部分,仍然利用弹性力学中的厚壁圆筒方程(杨绪灿等,1987)推导 k 值计算式,但采用的不是 2 层而是 3 层介质模型,并对 k 值影响因素进行详细讨论,且与(6)式和(2)式进行对比分析。

1 基于厚壁圆筒方程建立 3 层介质力学模型解算参数 k

设有一块无限大岩石平板,该平板在无穷远处承受两项均匀拉应力(σ_1 、 σ_2),在平板上钻有一半径为 r_3 的圆孔。这种平面问题可以用张凌空等(2012)已给出的思路进行解答,也可以转化为内半径为 r_3 、外半径为 r_0 ($r_0 \gg r_3$) 的巨大圆环加以研究,此时岩石环外边界受法向均匀分布的压应力 P_3 作用。将应变仪钢筒安置于钻孔(内半径为 r_1 ,外半径为 r_2) 正中,并用膨胀水泥(内半径为 r_2 ,外半径为 r_3) 与周围岩石孔壁耦合,则钢筒、水泥和岩石环组成了以井孔轴线为中心的 3 层对称结构(图 1)。设理想情况下,岩石环承受的均匀内压力为 P_2 ;水泥层所受均匀内压力为 P_1 、外压力为 P_2 ;应变仪钢筒所受内压力为 0、均匀外压力为

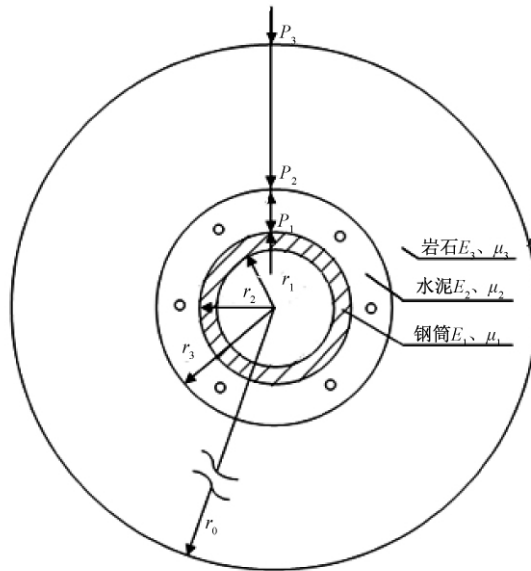


图 1 钻孔应变观测 3 层介质力学模型示意图

P_1 。又设岩石、水泥和钢筒的弹性模量和泊松系数分别为 E_3, μ_3, E_2, μ_2 和 E_1, μ_1 。若不计自重,则该应变观测系统属于典型的轴对称问题,根据厚壁圆筒方程(杨绪灿等,1987),可以建立岩石-水泥-钢筒3层介质力学模型求解参数 k 。

1.1 空孔岩石的面应变

对于纯空孔岩石圆柱体,其内压力为0,在外压力 P_3 作用下,根据厚壁圆筒方程,可知孔壁(半径为 r_3)上的径向位移为

$$\delta = -2r_3 r_0^2 P_3 / [E_3 (r_0^2 - r_3^2)]$$

因为 $r_0 \gg r_3$,所以

$$\delta = -2r_3 P_3 / E_3 \quad (8)$$

又知空孔岩石的面积改变为

$$\Delta S = \pi (r_3 + \delta)^2 - \pi r_3^2 = \pi (2r_3 + \delta) \delta$$

因为 $r_3 \gg \delta$,故 $\Delta S = 2\pi r_3 \delta$,于是空孔岩石的面应变为

$$\varepsilon_{m0} = \Delta S / \pi r_3^2 = 2\delta / r_3 = -4P_3 / E_3 \quad (9)$$

1.2 水泥内层和钢筒外壁上的径向位移

当岩石空孔中安装了应变仪钢筒,则水泥外层(半径为 r_3)受到岩石孔壁的压力为 P_2 ,内层(半径为 r_2)受到钢筒外壁的压力为 P_1 ,水泥内层上的径向位移为

$$\delta_2' = [(1 - \mu_2) (r_2^2 P_1 - r_3^2 P_2) - (1 + \mu_2) (P_2 - P_1) r_3^2] r_2 / [E_2 (r_3^2 - r_2^2)] \quad (10)$$

钢筒内壁所受压力为0,外壁(半径为 r_2)受到膨胀水泥的压力为 P_1 ,钢筒外壁上的径向位移为

$$\delta_2 = -r_2 P_1 [(1 + \mu_1) r_1^2 + (1 - \mu_1) r_2^2] / [E_1 (r_2^2 - r_1^2)] \quad (11)$$

钢筒内壁上(半径为 r_1)的径向位移为

$$\delta_1 = -2r_1 r_2^2 P_1 / [E_1 (r_2^2 - r_1^2)] \quad (12)$$

因为处于同一半径上的点的径向位移相等,所以有 $\delta_2' = \delta_2$,即

$$E_1 (r_2^2 - r_1^2) [(1 - \mu_2) (r_2^2 P_1 - r_3^2 P_2) - (1 + \mu_2) (P_2 - P_1) r_3^2] = -E_2 (r_3^2 - r_2^2) [(1 + \mu_1) r_1^2 + (1 - \mu_1) r_2^2] P_1$$

化简,得

$$P_2 = \frac{\{E_1 (r_2^2 - r_1^2) [(1 - \mu_2) r_2^2 + (1 + \mu_2) r_3^2] + E_2 (r_3^2 - r_2^2) [(1 + \mu_1) r_1^2 + (1 - \mu_1) r_2^2]\} P_1}{2E_1 (r_2^2 - r_1^2) r_3^2} \quad (13)$$

1.3 岩石孔壁和水泥外层上的径向位移

岩石孔壁(半径为 r_3)受到水泥外层的压力为 P_2 ,岩石筒受到的外部压力为 P_3 ,岩石孔壁上的径向位移为

$$\delta_3 = [(1 - \mu_3) (r_3^2 P_2 - r_0^2 P_3) - (1 + \mu_3) (P_3 - P_2) r_0^2] r_3 / [E_3 (r_0^2 - r_3^2)] \\ = \{(1 - \mu_3) [(r_3/r_0)^2 P_2 - P_3] - (1 + \mu_3) (P_3 - P_2)\} r_3 / \{E_3 [1 - (r_3/r_0)^2]\}$$

因为 $r_0 \gg r_3$,所以 $r_3/r_0 \approx 0$,故

$$\delta_3 = -[(1 - \mu_3) P_3 + (1 + \mu_3) (P_3 - P_2)] r_3 / E_3 \quad (14)$$

水泥内层(半径为 r_2)受到钢筒外壁的压力为 P_1 ,外层(半径为 r_3)受到岩石孔壁的压力

为 P_2 , 水泥外层上的径向位移为

$$\begin{aligned} \delta_3' &= (1 - \mu_2) (r_2^2 P_1 - r_3^2 P_2) r_3 / [E_2 (r_3^2 - r_2^2)] - (1 + \mu_2) (P_2 - P_1) r_2^2 r_3 / [E_2 (r_3^2 - r_2^2)] \\ &= [(1 - \mu_2) (r_2^2 P_1 - r_3^2 P_2) - (1 + \mu_2) (P_2 - P_1) r_2^2] r_3 / [E_2 (r_3^2 - r_2^2)] \end{aligned} \quad (15)$$

因为处于同一半径上的点的径向位移相等, 所以有 $\delta_3 = \delta_3'$; 即

$$\begin{aligned} &- E_2 (r_3^2 - r_2^2) [(1 - \mu_3) P_3 + (1 + \mu_3) (P_3 - P_2)] \\ &= E_3 [(1 - \mu_2) (r_2^2 P_1 - r_3^2 P_2) - (1 + \mu_2) (P_2 - P_1) r_2^2] \end{aligned}$$

化简, 得

$$-2E_3 r_2^2 P_1 + \{E_2 (r_3^2 - r_2^2) (1 + \mu_3) + E_3 [(1 - \mu_2) r_3^2 + (1 + \mu_2) r_2^2]\} P_2 = 2E_2 (r_3^2 - r_2^2) P_3$$

将 (13) 式代入上式, 得

$$P_1 = \frac{4E_1 E_2 (r_2^2 - r_1^2) (r_3^2 - r_2^2) r_3^2 P_3}{-4E_1 E_3 (r_2^2 - r_1^2) r_2^2 r_3^2 + AB}$$

式中

$$A = E_1 (r_2^2 - r_1^2) [(1 - \mu_2) r_2^2 + (1 + \mu_2) r_3^2] + E_2 (r_3^2 - r_2^2) [(1 + \mu_1) r_1^2 + (1 - \mu_1) r_2^2]$$

$$B = E_2 (r_3^2 - r_2^2) (1 + \mu_3) + E_3 [(1 - \mu_2) r_3^2 + (1 + \mu_2) r_2^2]$$

故

$$\begin{aligned} AB &= E_1 E_2 (r_2^2 - r_1^2) (r_3^2 - r_2^2) (1 + \mu_3) [(1 - \mu_2) r_2^2 + (1 + \mu_2) r_3^2] \\ &+ E_2^2 (r_3^2 - r_2^2)^2 (1 + \mu_3) [(1 + \mu_1) r_1^2 + (1 - \mu_1) r_2^2] + 4E_1 E_3 (r_2^2 - r_1^2) r_2^2 r_3^2 \\ &+ E_1 E_3 (r_2^2 - r_1^2) (r_3^2 - r_2^2)^2 (1 + \mu_2) (1 - \mu_2) + E_2 E_3 (r_3^2 - r_2^2) \\ &\times \{ [(1 + \mu_1) (1 - \mu_2) r_1^2 + (1 - \mu_1) (1 - \mu_2) r_2^2] r_3^2 \\ &+ [(1 + \mu_1) (1 + \mu_2) r_1^2 + (1 - \mu_1) (1 + \mu_2) r_2^2] r_2^2 \} \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} C &= [-4E_1 E_3 (r_2^2 - r_1^2) r_2^2 r_3^2 + AB] / (r_3^2 - r_2^2) \\ &= E_1 E_2 (r_2^2 - r_1^2) (1 + \mu_3) [(1 - \mu_2) r_2^2 + (1 + \mu_2) r_3^2] \\ &+ E_2^2 (r_3^2 - r_2^2) (1 + \mu_3) [(1 + \mu_1) r_1^2 + (1 - \mu_1) r_2^2] \\ &+ E_1 E_3 (r_2^2 - r_1^2) (r_3^2 - r_2^2) (1 + \mu_2) (1 - \mu_2) \\ &+ E_2 E_3 \{ [(1 + \mu_1) (1 - \mu_2) r_1^2 + (1 - \mu_1) (1 - \mu_2) r_2^2] \\ &\times r_3^2 + [(1 + \mu_1) (1 + \mu_2) r_1^2 + (1 - \mu_1) (1 + \mu_2) r_2^2] r_2^2 \} \end{aligned}$$

则

$$P_1 = \frac{4E_1 E_2 (r_2^2 - r_1^2) r_3^2 P_3}{C} \quad (16)$$

1.4 应变仪钢筒内壁上的面应变

钢筒内壁上的面积改变为

$$\Delta S_1 = \pi (r_1 + \delta_1)^2 - \pi r_1^2 = \pi (2r_1 + \delta_1) \delta_1$$

因为 $r_1 \gg \delta_1$, 故 $\Delta S_1 = 2\pi r_1 \delta_1$, 于是钢筒内壁上的面应变为

$$\varepsilon_m = \Delta S_1 / \pi r_1^2 = 2\delta_1 / r_1$$

将 (12) 式代入上式, 得

$$\varepsilon_m = -4r_2^2 P_1 / [E_1 (r_2^2 - r_1^2)] \quad (17)$$

1.5 参数 k 的计算

将(17)式 ÷ (9)式,得

$$k = \varepsilon_m / \varepsilon_{m0} = \frac{r_2^2 E_3 P_1}{(r_2^2 - r_1^2) E_1 P_3}$$

将(16)式代入上式,得

$$k = \frac{4r_2^2 r_3^2}{E_1 E_2 D}$$

其中

$$\begin{aligned} D = & \left[\frac{(1+\mu_1)(1+\mu_3)}{E_1 E_3} - \frac{(1+\mu_2)(1+\mu_3)}{E_2 E_3} - \frac{(1+\mu_2)(1-\mu_2)}{E_2 E_2} + \frac{(1+\mu_1)(1-\mu_2)}{E_1 E_2} \right] r_1^2 r_3^2 \\ & + \left[\frac{(1+\mu_3)(1-\mu_1)}{E_1 E_3} + \frac{(1+\mu_2)(1+\mu_3)}{E_2 E_3} + \frac{(1+\mu_2)(1-\mu_2)}{E_2 E_2} + \frac{(1-\mu_1)(1-\mu_2)}{E_1 E_2} \right] r_2^2 r_3^2 \\ & + \left[\frac{(1+\mu_2)(1-\mu_2)}{E_2 E_2} - \frac{(1+\mu_3)(1-\mu_2)}{E_2 E_3} - \frac{(1+\mu_1)(1+\mu_3)}{E_1 E_3} + \frac{(1+\mu_1)(1+\mu_2)}{E_1 E_2} \right] r_1^2 r_2^2 \\ & + \left[\frac{(1+\mu_3)(1-\mu_2)}{E_2 E_3} - \frac{(1+\mu_2)(1-\mu_2)}{E_2 E_2} - \frac{(1-\mu_1)(1+\mu_3)}{E_1 E_3} + \frac{(1-\mu_1)(1+\mu_2)}{E_1 E_2} \right] r_2^4 \end{aligned} \quad (18)$$

再将前面引言部分的设定(I)(即 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 和 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$)一并代入(18)式,得

$$k = \frac{4r_2^2 r_3^2 / (E_1 E_2)}{r_2^2 (\alpha_2 - \alpha_3) [r_1^2 (\alpha_1 + \beta_2) + r_2^2 (\beta_1 - \beta_2)] + r_3^2 (\alpha_3 + \beta_2) [r_1^2 (\alpha_1 - \alpha_2) + r_2^2 (\alpha_2 + \beta_1)]}$$

又根据定义(I)有

$$4 = E_2 E_3 (\alpha_2 + \beta_2) (\alpha_3 + \beta_3)$$

代入上面 k 的计算式,得到

$$k = \frac{r_2^2 r_3^2 (\alpha_2 + \beta_2) (\alpha_3 + \beta_3) E_3 / E_1}{r_2^2 (\alpha_2 - \alpha_3) [r_1^2 (\alpha_1 + \beta_2) + r_2^2 (\beta_1 - \beta_2)] + r_3^2 (\alpha_3 + \beta_2) [r_1^2 (\alpha_1 - \alpha_2) + r_2^2 (\alpha_2 + \beta_1)]} \quad (19)$$

根据(7)式引入 x_4 , (19)式又可写成

$$k = x_4 E_3 / E_1 \quad (20)$$

与前面(6)式比较可知,由厚壁圆筒方程推导出的 k 值与用双衬套理论推导出的 k 值完全一致,公式的可靠性由此得到互证。 k 是一个与外加应力(P_3)大小无关,而只与应变仪钢筒、水泥和岩石的弹性参数及半径有关的一个常量,为岩石面应变在观测系统各层介质中的传递系数。

若令 $r_{21} = r_2 / r_1$, $r_{31} = r_3 / r_1$, $E_{21} = E_2 / E_1$, $E_{31} = E_3 / E_1$, 则

$$k = \frac{4r_{21}^2 r_{31}^2}{E_{21} Z} \quad (21)$$

其中

$$Z = r_{21}^2 \left(\frac{1+\mu_2}{E_{21}} - \frac{1+\mu_3}{E_{31}} \right) \left[1 + \mu_1 + \frac{1-\mu_2}{E_{21}} + r_{21}^2 \left(1 - \mu_1 - \frac{1-\mu_2}{E_{21}} \right) \right]$$

$$+ r_{31}^2 \left(\frac{1 - \mu_2}{E_{21}} + \frac{1 + \mu_3}{E_{31}} \right) \left[1 + \mu_1 - \frac{1 + \mu_2}{E_{21}} + r_{21}^2 \left(1 - \mu_1 + \frac{1 + \mu_2}{E_{21}} \right) \right]$$

可知本质上 k 不是与 r_1 、 r_2 、 r_3 和 E_1 、 E_2 、 E_3 的绝对值有关, 而是与它们之间的比值有关。

2 k 的影响因素分析

2.1 k 值与岩石的弹性模量和泊松系数的关系

表 1 是目前国内使用的 4 种主要应变仪的参数, 根据公式 (20), 以 TJ-2 型体应变仪为例, 图 2(a) 给出了 k 值变化曲线。由图 2 可以看出, 当各项参数均为定值时 k 随岩石弹性模量的增加而上升 (平均增量为 0.623), 随泊松系数的增大而下降 (平均增量为 0.061), 即岩石越硬、越不易变形时 k 值越大。

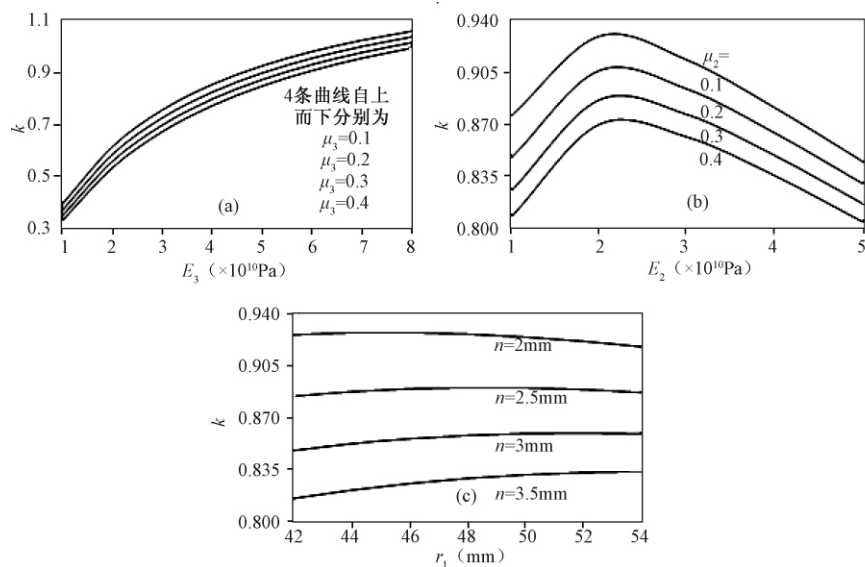


图 2 k 与岩石、膨胀水泥的弹性模量 (E_3 、 E_2) 和泊松系数 (μ_3 、 μ_2) 及钢筒内半径 (r_1) 和壁厚 (n) 的关系

表 1 钻孔应变仪的有关参数

应变仪型号	r_1 (mm)	r_2 (mm)	r_3 (mm)	E_1 ($\times 10^{10}$ Pa)	μ_1	E_2 ($\times 10^{10}$ Pa)	μ_2	n (mm)
Sacks-Evertson	54	57	76	19.6	0.3	2	0.35	3
TJ-2	42	44.5	65	21	0.3	3	0.25	2.5
YRY-4	51.5	53.5	65	21	0.3	待测	待测	2
RZB-2 (3)	47.5	51	65	21	0.3	待测	待测	3.5

2.2 k 值与膨胀水泥的弹性模量和泊松系数的关系

应变仪钢筒与岩石孔壁的耦合大都使用专用的低热量膨胀水泥粘接 (苏恺之等, 1987), 由于在施工过程中搅拌水泥时加水量会存在一定的变化, 因此实际的弹性模量和泊松系数与实验室中测得的标准数值可能有某种程度的偏差, 所以很有必要研究一下 E_2 、 μ_2 的改变对 k 值可能产生的影响。若取 $E_3 = 5 \times 10^{10}$ Pa, $\mu_3 = 0.25$, 采用 TJ-2 型体应变仪的参

数,则图 2(b)表明当 $E_2 < 2.1 \times 10^{10}$ Pa 时, k 随 E_2 的增加而增大,反之则下降;当 E_2 不变时, k 随 μ_2 增加而减小。一般施工工艺要求 E_2 控制在 $(2.5 \sim 4) \times 10^{10}$ Pa 之间(苏恺之等, 1987),则 k 平均最多减小 0.038。

2.3 k 值与钢筒内半径和壁厚的关系

4 种应变仪钢筒的内半径(r_1) 在 42 ~ 54mm 之间,壁厚(n) 在 2 ~ 3.5mm 之间,需要弄清楚 r_1 和 n 改变时对 k 值的影响。取 $E_3 = 5 \times 10^{10}$ Pa, $\mu_3 = 0.25$, $r_3 = 65$ mm,图 2(c) 显示当 n 固定时, r_1 增大对 k 值影响比较小,平均不超过 0.010;钢筒壁厚对 k 值影响显著,越厚 k 值越低,平均最大可降低 0.098。

2.4 k 值与 E_3/E_1 和 E_2/E_1 的关系

根据式(21)可以作出 k 值与 E_3/E_1 和 E_2/E_1 的关系曲线(图 3),由图可知 k 随 E_3/E_1 的增加而增大(影响显著),随 E_2/E_1 的增加而减小(影响较小)。

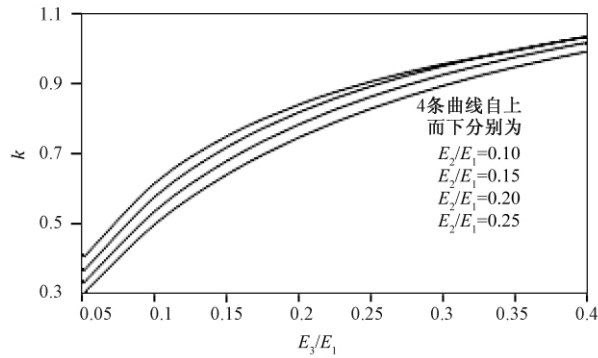


图 3 k 与 E_3/E_1 和 E_2/E_1 的关系

$r_2/r_1 = 1.06, r_3/r_1 = 1.55, \mu_1 = 0.3, \mu_2 = \mu_3 = 0.25$

2.5 k 值与 r_3/r_1 和 r_2/r_1 的关系

根据(21)式还可以作出 k 值与 r_3/r_1 和 r_2/r_1 的关系曲线(图 4),可知 k 随 r_3/r_1 的增加而缓慢增大,随 r_2/r_1 的增加而显著减小。

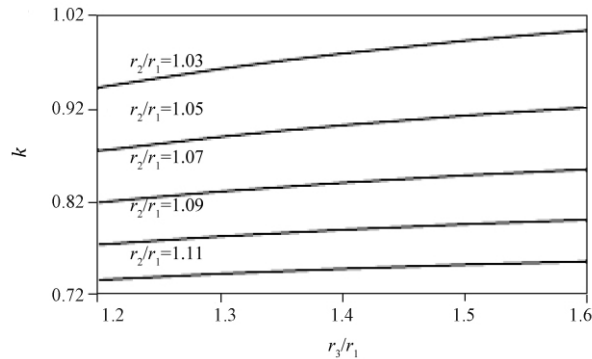


图 4 k 与 r_3/r_1 和 r_2/r_1 的关系

$E_2/E_1 = 0.143, E_3/E_1 = 0.238, \mu_1 = 0.3, \mu_2 = \mu_3 = 0.25$

3 由 Evertson(1977) 方法解算的参数 k

3.1 基于厚壁圆筒方程建立 2 层介质力学模型解算 k 值

不考虑粘结剂膨胀水泥的影响, 假定钢筒直接与周围的岩石紧密结合在一起, 并将岩石想象成一个外半径为 r_0 、内半径为 r_2 的巨大空心圆柱体, 且承受的均匀外压力为 P_3 、内压力为 P_1 , 弹性模量和泊松系数分别是 E_3 、 μ_3 。还是设定应变仪钢筒的内半径是 r_1 , 外半径是 r_2 , 弹性模量和泊松系数分别是 E_1 、 μ_1 , 钢筒所受内压力为 0, 均匀外压力为 P_1 。

与前面三层模型的推导过程类似, 空孔岩石的面应变依然为

$$\varepsilon_{m0} = -4P_3/E_3 \quad (22)$$

钢筒外压力为

$$P_1 = \frac{2E_1(r_2^2 - r_1^2)P_3}{E_1(r_2^2 - r_1^2)(1 + \mu_3) + E_3[(1 + \mu_1)r_1^2 + (1 - \mu_1)r_2^2]} \quad (23)$$

钢筒内壁上的面应变为

$$\varepsilon_m = 2\delta_1/r_1 = -4r_2^2P_1/[E_1(r_2^2 - r_1^2)] \quad (24)$$

故

$$k = \varepsilon_m/\varepsilon_{m0} = \frac{2r_2^2E_3}{E_1(r_2^2 - r_1^2)(1 + \mu_3) + E_3[(1 + \mu_1)r_1^2 + (1 - \mu_1)r_2^2]} \quad (25)$$

3.2 Evertson(1977) 方法给出的结果

Evertson(1977) 根据 2 层介质力学模型(原文没有给出详细的推导过程), 并假定钢的弹性模量是岩石的 3 倍, 两者的泊松系数相等, 即 $E_1 = 3E_3$, $\mu_1 = \mu_3 = 0.25$, 算得 $k = 0.8719$ 。本文将 Sacks 体应变仪有关参数(表 1)代入(25)式, 用同样方法算得的 k 值是 0.8819(产生差异的原因可能来自于参数取值和小数位的计算误差), 在一般计算中 Evertson(1977) 将 k 近似取做 0.9。

4 3 个 k 值的比较

图 5 清楚地表达了 3 层介质模型与 2 层介质模型求解的 k 值存在明显差异, 当 $E_3 \leq 2 \times 10^{10}$ Pa 时, 两 k 值大体相等, 之后差异越来越显著, 当 E_3 不变时最大可差 0.1430; $k = 0.9$ 近似相当于 $E_3 = (3.9 \sim 5) \times 10^{10}$ Pa 时 3 层模型的情况, 当 $E_3 > 5 \times 10^{10}$ Pa 或 $E_3 < 3.9 \times 10^{10}$ Pa 时, 误差依次拉大。3 层模型考虑了岩石、膨胀水泥和仪器钢筒对观测的影响, 与实际情况很接近, 因而最为合理; 2 层模型将水泥层简化掉了, 没有完全反映真实情况, 人为造成了误差; Evertson(1977) 在 2 层模型的基础上做了两点假设, 虽然在 $E_3 = (3 \sim 6) \times 10^{10}$ Pa 时对 k 值的正确性有所改善, 但在 $E_3 < 3 \times 10^{10}$ Pa 时, 误差进一步拉大, 导致整体上与实际情况仍然偏离较多, 故 0.9 的适用范围很窄。

5 结论与讨论

(1) k 为应变仪钢筒内壁面应变与空孔岩石面应变之比, 是钻孔体应变与面应变观测模型中一个关键性的参数。在 3 层介质模型下基于厚壁圆筒方程推导的 k 值与基于双衬套理论解算的 k 值结果完全相同, 均为 $k = x_4 E_3 / E_1$, 其中 x_4 可以用(9)式表达, 公式的可靠性由

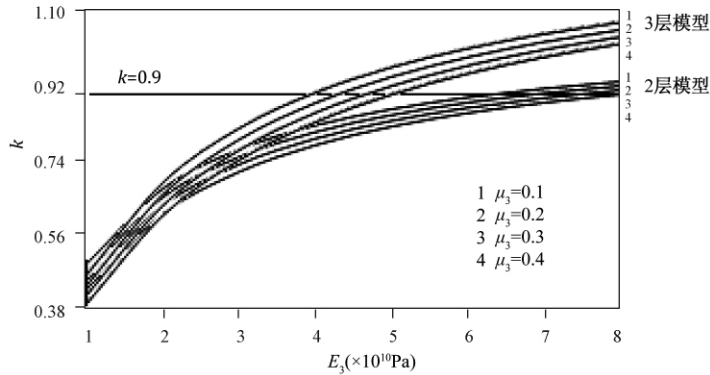


图5 Sacks-Evertson 体应变仪 3 个 k 值的比较

此得到互证,并且适用于各种型号的体应变仪和分量式应变仪。 k 是一个与应变仪钢筒、水泥和岩石的弹性参数及半径都有关、而与外加应力大小无关的常量,是岩石面应变在测量系统中的传递系数。

(2) k 随岩石弹性模量的增加而上升(平均最大增量为 0.623),随泊松系数的增大而下降(平均最大增量为 0.061);按施工工艺要求,膨胀水泥弹性模量一般控制在 $(2.5 \sim 4.0) \times 10^{10}$ Pa, k 随 E_2 增加平均最多减小 0.038,因此 E_2 、 μ_2 改变对 k 值影响不大;若钻孔半径和钢筒壁厚不变,则钢筒内半径增大或水泥层变薄对 k 值影响比较小,平均不超过 0.010;钢筒壁厚对 k 值的影响比较显著,越厚 k 值越低,若 r_2 、 r_3 不变,平均最大可降低 0.098;当 r_2/r_1 、 r_3/r_1 不变时, k 随 E_3/E_1 的增加而显著增大,随 E_2/E_1 的增加有少量减小;当 E_2/E_1 、 E_3/E_1 不变时, k 随 r_3/r_1 的增加而缓慢增大,随 r_2/r_1 的增加而显著减小。

(3) 3 层介质模型与实际安装情况很接近,推导出的 k 值比较合理;2 层介质模型忽略了水泥层的影响,不完全反映真实情况,在 $E_3 > 3 \times 10^{10}$ Pa 以后 k 值的误差越来越大;Evertson 在 2 层介质模型的基础上增加了两点假设,虽然对 k 值有所改善,但适用范围仍很狭窄,大约在 $E_3 = (3.9 \sim 5) \times 10^{10}$ Pa 时与 3 层模型的情况相当,并且 $k = 0.9$ 是用 Sacks-Evertson 型体应变仪的参数推导而来的,对其它型号的仪器并不适用。

(4) 井下岩石弹性参数的测定是一项非常重要的基础工作,体应变和面应变的有关理论计算要经常用到它,但目前绝大多数台站还没有开展这项工作,这一点迫切需要改进。

(5) 需要指出的是, k 不仅仅用于体应变与面应变观测模型,在井孔耦合系数和气压影响系数等模型的计算中也是必不可少的重要参数,下一阶段笔者将与无孔岩石的体应变、面应变结合起来进行研究,并将陆续给出有关研究结果。

(6) 体应变仪与分量式应变仪同属于钻孔应变仪,是这一家族中的两个成员,二者观测原理相近但也存在明显不同。体应变仪探头钢筒内部充满了硅油,当地壳岩石发生应变时钢筒随之产生变形,并通过硅油将感受到的体积变化转换成波纹管的伸缩量或液压信号以供测量;分量式应变仪探头钢筒内部一般由 3 或 4 个应力传感元件组成,通过岩石孔径位移测量其相对变化(但并不等于同方向岩石的线应变),利用元件组合可计算岩石面应变,这一功能与体应变仪相似,又因为在钢筒轴线上没有线应变测量元件,故该种仪器记录不到轴

向岩石应变,这与体应变仪有显著区别。另外,分量式应变仪还可测量岩石剪应变,确定最大或最小主应变及其方向。

致谢:本研究得到苏恺之和邱泽华研究员建设性的支持、帮助,在此谨致诚挚谢意。

参考文献

- 陈沅俊、杨修信,1990,双衬套钻孔应变测量的计算,华北地震科学, **8**(4), 80 ~ 89。
- 刘澜波、何世海、宁长平等,1986, Sacks-Evertson 钻孔应变仪观测网在京津地区安装,中国地震, **2**(4), 102 ~ 104。
- 李海亮、李宏,2010, 钻孔应变观测现状与展望,地质学报, **84**(6), 895 ~ 900。
- 牛安福、张凌空、闫伟等,2011, 中国钻孔应变观测能力及在地震预报中的应用,大地测量与地球动力学, **31**(2), 48 ~ 52。
- 欧阳祖熙、张宗润,1988, 钻孔应变仪与井壁耦合方法的研究,地壳构造与地壳应力文集(2), 北京:地震出版社。
- 欧阳祖熙、张钧、陈征等,2009, 地壳形变深井综合观测技术的新进展,国际地震动态, **11**, 1 ~ 13。
- 潘立宙,1981, 与地应力测量有关的几个公式的推导和讨论,地应力测量原理与应用, 北京:地质出版社。
- 邱泽华、石耀霖,2004, 国外钻孔应变观测的发展现状,地震学报, **26**(增刊), 162 ~ 168。
- 邱泽华, 2010, 中国分量钻孔地应力-应变观测发展重要事件回顾,大地测量与地球动力学, **30**(5), 42 ~ 47。
- 苏恺之、刘瑞民、裴玉珍等,1987, 体积式钻孔应变仪与岩孔的耦合技术,地壳构造与地壳应力文集(1), 北京:地震出版社。
- 苏恺之、李海亮、张均等,2003, 钻孔地应变观测新进展,北京:地震出版社。
- 杨绪灿、金建三,1987, 弹性力学,北京:高等教育出版社。
- 张宝红,2004, 美国的板块边界观测(PBO)计划,大地测量与地球动力学, **24**(3), 105 ~ 108。
- 张宝红,2010, 美国板块边界观测(PBO)中的钻孔应变观测设备,大地测量与地球动力学, **30**(增刊 I), 40 ~ 44。
- 张凌空、牛安福,2009, Sacks 体应变地震波的观测结果分析,大地测量与地球动力学, **29**(5), 33 ~ 37。
- 张凌空、牛安福、吴利军,2012, 地壳应变场观测中体应变与面应变转换系数的计算,地震学报, **34**(4), 476 ~ 486。
- Borchardt R D, Johnston M J S, Glassmoyer G, 1989, On the use of volumetric strainmeters to infer additional characteristics of short-period seismic radiation, Bulletin of the Seismological Society of America, **79**(4), 1006 ~ 1023。
- Evertson D W, 1977, Borehole strainmeters for Seismology, Rep. ARL-TR-77-62, Applied research Lab, University of Texas, Austin, Texas, 1 ~ 144。
- Linde A T, Agustsson k, Sacks I S, et al, 1993, Mechanism of the 1991 eruption of Hekla from continuous borehole strain monitoring, Nature, **365**, 737 ~ 740。
- Linde A T, Sacks I S, 1995, Continuous monitoring of volcanoes with borehole strainmeters, Geophysical Monograph Series, **92**, 171 ~ 185。
- Linde A T, Sacks I S, 2002, Slow earthquakes and great earthquakes along the Nankai trough, Earth Planet, Sci Lett. , **203**, 265 ~ 275。
- Liu C C, Linde A T, Sacks I S, 2009, Slow earthquakes triggered by typhoons, Nature, **459**, 833 ~ 836。
- Megarr A, Sacks I S, Linde A T, et al, 1982, Coseismic and other short-term strain changes recorded with Sacks-Evertson strainmeters in a deep mine, South Africa, Geophysical Journal International, **70**(3), 717 ~ 740。
- Roeloffs E, 2010, Tidal calibration of Plate Boundary Observatory borehole strainmeters: Roles of vertical and shear coupling, J Geophys Res, **115**, B06405, 25。
- Sacks I S, Suyehiro S, Evertson D W, 1971, Sacks-Evertson strainmeter, its installation in Japan and some preliminary results concerning strain steps, Proc. Japan Acad. , **47**(9), 707 ~ 712。

Calculation of borehole volumetric strain and area strain observation parameter k

Zhang Lingkong Niu Anfu

China Earthquake Networks Center, Beijing 100045, China

Abstract Borehole volumetric strain and area strain observation models are the theoretical basis of the analysis of crustal rocks in strain measurement data and can help to reveal the physical nature of the research objects. Because parameter k (the ratio between the area strain of inner walls of the strain instrument probe steel tube and that of empty hole rock) is involved, the correct interpretation of model in the solution of k value becomes important. Since the applied stress needs to pass in the three layer medium of rocks, expansive cement and instrument steel cylinder, the calculation formula of k in the axisymmetric stress is deduced on the basis of thick wall cylinder equations in elasticity. The results of the formula is completely consistent with double bushing theory (Pan Lizhou, Ouyang Zuxi and Chen Yuanjun). The reliability of the formula is thus mutually proved. The paper also studies the affecting factors of k and provides the change curve and quantitative indexes. Finally, a comparison is made between this model and Evertson's two layers medium model (rock, steel tube) with its k value of 0.9 (1977). Points out the obvious differences between the two and the narrow scope of application 0.9. The paper points out the differences between these two models and the limited applications of k value of 0.9.

Key words: Borehole volumetric strain and area strain observation k value calculation

Thick wall cylinder equation Double bush theory Evertson