

占伟、武艳强、丁晓光等, 2013, 求解模型对欧拉矢量的影响, 中国地震, 29(1), 91 ~ 96。

求解模型对欧拉矢量的影响

占伟¹⁾ 武艳强²⁾ 丁晓光³⁾ 王紫燕⁴⁾ 刘志广¹⁾ 孟宪纲¹⁾

1) 中国地震局第一监测中心, 天津市河东区耐园路 7 号 300180

2) 中国地震局地震预测研究所, 北京 100036

3) 陕西省地震局, 西安 710068

4) 福建省地震局, 福州 350003

摘要 利用 GNSS 水平运动场求解欧拉矢量时, 待估参数的个数会对欧拉矢量结果产生影响, 针对该问题本文分别从理论推导和具体算例角度进行了分析。首先从理论上推导出不同的求解模型得到的欧拉矢量的差异; 然后以 2004 ~ 2007 年中国大陆 GNSS 水平运动场为基础, 选用两种常用的求解模型(块体整体旋转模型和块体的整体旋转与均匀应变模型), 讨论了求解模型对欧拉矢量及后续研究的影响。结果表明, 两种模型下块体整体旋转的差异最大可达 $2.60 \text{ mm} \cdot \text{a}^{-1}$, 是不能忽略的。因此认为选用不同的块体运动模型会得到不同的地壳水平运动图像, 在地壳水平运动分析中对此需加以重视。

关键词: GNSS 水平运动场 欧拉矢量 求解模型 应变

[文章编号] 1001-4683(2013)01-0091-06 [中图分类号] P315 [文献标识码] A

0 引言

利用 GNSS 水平运动场求解欧拉矢量时, 经常假设块体满足整体运动而忽略块体内部变形等非整体运动, 但实际情况并非全都如此。以中国大陆为例, 其西部存在较大的变形而东部变形较小, 这种变形分布特征是否会对欧拉矢量的计算造成影响? 如果确实存在影响, 则影响幅度有多大等问题是值得研究的。

Dong 等(2002)指出, 在用最小二乘理论求解参数时, 如果忽略部分参数, 则估计参数的平差值会包含未估计参数的影响, 该结论为回答上述问题提供了理论依据。本文以中国大陆 GNSS 水平运动场为研究对象, 在理论推导的基础上讨论了变形参数对欧拉矢量解算结果的影响, 定量估计了影响的大小。在此过程中, 还对在模型中加入变形参数进行了有效性检验。

1 未估计参数影响的理论推导

假设观测值 Y 只与两组独立的参数 X_1 和 X_2 有关, 其观测方程和法方程如下

[收稿日期] 2012-09-14; [修定日期] 2012-11-20

[项目类别] 地震行业科研专项(201208006)和青年震情跟踪课题(2012020213)共同资助

[作者简介] 占伟, 男, 1983 年生, 工程师, 硕士, 主要从事 GNSS 数据处理与分析研究工作。

E-mail: zw000373@163.com

$$Y = \mathbf{A}_1 X_1 + \mathbf{A}_2 X_2 + \delta \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 δ 为观测噪声, \mathbf{A}_1 、 \mathbf{A}_2 为系数矩阵, $N_{ij} = \mathbf{A}_i^T \mathbf{P} \mathbf{A}_j$, $u_i = \mathbf{A}_i^T \mathbf{P} Y$, \mathbf{P} 为观测值权重矩阵, \mathbf{A}_i^T 是矩阵 \mathbf{A}_i 的转置矩阵。

由式(2)可得

$$N_{11} X_1 + N_{12} X_2 = u_1 \quad (3)$$

如果忽略参数 X_2 , 认为观测值 Y 仅与参数 X_1 相关, 则观测方程和法方程为

$$y = A_1 X_1 + \delta \quad (4)$$

$$N_{11} \hat{X}_1 = u_1 \quad (5)$$

由式(5)可知, 参数 X_1 的平差值 \hat{X}_1 为

$$\hat{X}_1 = N_{11}^{-1} u_1 \quad (6)$$

将式(3)代入式(6), 可得

$$\hat{X}_1 = X_1 + N_{11}^{-1} N_{12} X_2 \quad (7)$$

从式(7)可以看出, 如果忽略参数 X_2 , 只考虑参数 X_1 , 则参数 X_1 的平差值 \hat{X}_1 失真, 不再等于理论上的平差值 X_1 的最优估值, 还包含了参数 X_2 的影响, 其影响因子为 $N_{11}^{-1} N_{12}$ 。

2 实际算例分析

2.1 求解模型

在利用 GNSS 水平运动场求解块体欧拉矢量时, 如果认为块体为刚体, 仅考虑整体旋转, 则其运动可用下式描述(赖锡安等, 2004; 李延兴等, 2004)(块体整体旋转模型, 记为 RRM)

$$\begin{bmatrix} v_E \\ v_N \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} -\sin\varphi \cos\lambda & -\sin\varphi \sin\lambda & \cos\varphi \\ \sin\lambda & -\cos\lambda & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中 v_E 、 v_N 是块体上任一点 (λ, φ) 的东向速度与北向速度, r 为地球半径, ω_x 、 ω_y 、 ω_z 为块体的欧拉矢量中的 3 个分量。

研究表明岩石圈板块并不都是纯刚性的, 更接近于弹性体或黏弹性体(Matsu'ura et al, 1981; Pollitz, 1992; McClusky et al, 2000; Nocquet et al, 2001; Fu et al, 2002; Yang et al, 2002)。李延兴等(2004)提出了块体的整体旋转与均匀应变模型, 认为一个块体在周围块体的作用下, 在发生整体旋转的同时, 内部将发生变形, 则其运动可用下式描述(块体的整体旋转与均匀应变模型, 记为 REHSM)

$$\begin{bmatrix} v_E \\ v_N \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} -\sin\varphi \cos\lambda & -\sin\varphi \sin\lambda & \cos\varphi \\ \sin\lambda & -\cos\lambda & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_E & \varepsilon_{EN} \\ \varepsilon_{EN} & \varepsilon_N \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos\varphi(\lambda - \lambda_0) \\ \varphi - \varphi_0 \end{bmatrix}$, (λ_0, φ_0) 为板块几何中心, ε_E 、 ε_{EN} 、 ε_N 为块体的 3 个应变参数,

分别为块体东西向的线应变、东西向和南北向之间的剪应变、南北向的线应变。

2.2 水平运动场

利用 2004、2007 年两期“中国地壳运动观测网络”(牛之俊等,2002) GNSS 区域网流动观测数据和相应时间段的基准站及周边地区 IGS 站连续观测数据,使用 GAMIT/GLOBK(版本为 10.34)在 ITRF2005 参考框架下统一处理,采用 IGS 提供的精密星历和全球单天解(higs 文件),获得了 ITRF2005 下 2004~2007 年中国大陆水平运动场(占伟等,2011)。由于观测点分布不均匀(大部分分布在华北和南北地震带地区,东北、华南和西北地区的测点较少),需要对水平运动场进行网格化处理。首先去除少数误差较大和与周边点位运动不一致的测点,然后按 3°步长将 21°~54°N、75°~135°E 区域划分为若干个网格单元,对每个网格单元内所有测点的东向速度、北向速度、经度、纬度等都取平均作为该网格的代表性结果(杨国华等,2005),从而获得了 124 个网格结果(图 1)用于后续计算。

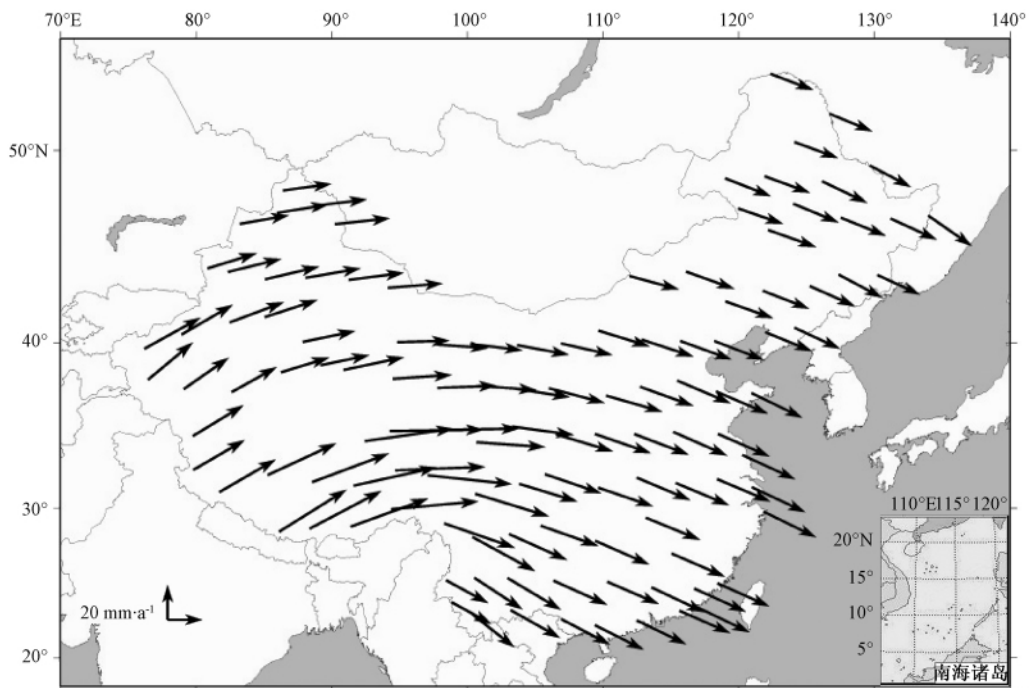


图 1 网格化的 2004~2007 年中国大陆水平运动场

2.3 参数有效性检验

根据图 1 数据结果,采用 RRM 和 REHSM 均可计算得到欧拉矢量。由于 REHSM 是在 RRM 基础上扩充参数得到的,因此在分析上述两个模型计算得到的欧拉矢量结果差异时,需首先对 REHSM 的 3 个应变参数做显著性检验。

采用 RRM 计算得到的单位权中误差为 $6.31\text{mm}\cdot\text{a}^{-1}$,选用 REHSM 的为 $5.36\text{mm}\cdot\text{a}^{-1}$,两个模型的方差比 $F = \sigma_0^2(\text{RRM}) / \sigma_0^2(\text{REHSM}) = 1.38$ 。取 $\alpha = 0.05$,查 F 分布表,得 $F_{1-\alpha}(245, 242) = 1.26$,因为 $F > F_{1-\alpha}(245, 242)$,所以认为 3 个应变参数效果显著。

2.4 计算结果

在网格化速度场的基础上,依据式(8)、(9)和最小二乘理论可分别求出 RRM 和

REHSM 下中国大陆的欧拉矢量及其精度(表 1)。从表 1 可以看出,RRM 得到的欧拉矢量由于包含了应变值的影响,与 REHSM 得到的结果存在着差异,且精度也相应偏低。两种模型下求得的 3 个参数差异值与 RRM 的结果的比值分别为 45.33% (ω_x)、16.85% (ω_y)、15.91% (ω_z)。

表 1 欧拉矢量及其精度(单位:10⁻⁹)

| 欧拉矢量 | REHSM | | RRM | |
|------------|-------|------|-------|------|
| | 参数值 | 精度 | 参数值 | 精度 |
| ω_x | 0.19 | 0.10 | 0.34 | 0.12 |
| ω_y | -3.73 | 0.27 | -4.48 | 0.29 |
| ω_z | 3.53 | 0.38 | 3.04 | 0.23 |

根据表 1 的结果可以得到两种模型下的块体整体旋转如图 2 (a) 所示,图 2 (b) 为上述整体旋转的差值(记为 dv),其最小值、最大值、平均值分别为 0.06、2.60、1.24 mm·a⁻¹。由式(7)可知 dv 的理论表达式为

$$dv = A_1(\hat{X}_1 - X_1) = A_1 N_{11}^{-1} N_{12} X_2 \tag{10}$$

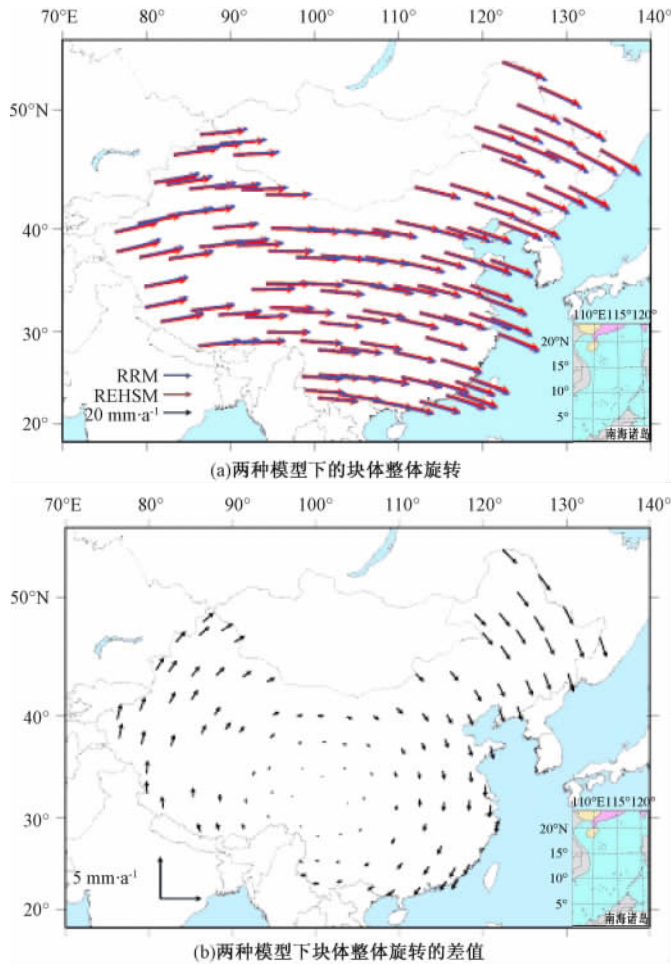


图 2 两种模型下的中国大陆整体旋转及其差值

结合表 1 和图 2 可以看出,在根据块体的水平运动场求解欧拉矢量时,如果忽略块体的内部形变,仅仅考虑块体的整体旋转,求得的欧拉矢量可能失真。以中国大陆 2004 ~ 2007 年观测结果为例,两种模型下整体旋转差异数值的平均值、最大值分别为 1.24、2.60 $\text{mm}\cdot\text{a}^{-1}$,而 RRM 下扣除块体的整体旋转得到的水平运动场数值平均值、最大值分别为 7.25、21.33 $\text{mm}\cdot\text{a}^{-1}$,可见在本文实例中应变参数对欧拉矢量计算结果的影响是不能忽略的。

3 讨论与结论

通过本文研究,从理论推导和具体算例角度讨论了待估参数个数对欧拉矢量计算的影响,得到如下结果。

(1) 公式推导结果表明两个模型得到的欧拉矢量差异为 $N_{11}^{-1}N_{12}X_2$ 。其中 N_{11} 、 N_{12} 是由系数矩阵 A_1 、 A_2 和权重矩阵 P 计算得到的,由于 A_1 、 A_2 与地球半径 r 、各点的经纬度 λ 和 φ 有关,不会产生较大的变化,因此影响欧拉矢量差异的主要因素是 X_2 ,即块体的 3 个应变变量 (ε_E 、 ε_N 、 ε_{EN})。

(2) 实际资料分析结果表明,在选择欧拉矢量求解模型时需要根据研究区域的自身特征评估两种模型差异值对计算结果的影响。例如不同时期中国大陆总体的应变水平不一样,模型差异所产生的结果差异也不一样。总体应变水平较低时,其结果差异可能很小,选用块体整体旋转模型就可能满足要求;而总体应变水平较高时,其结果差异可能就不能忽略,应该选用块体的整体旋转与均匀应变模型。基于上述分析,在选择模型前进行施加参数的有效性检验十分必要。

(3) 本文研究结果表明,利用 2004 ~ 2007 年 GNSS 速度场通过两种模型求解得到中国大陆的欧拉矢量的差异是显著的,得到的地壳水平运动图像差异也是显著的。由此可见,选用不同的块体运动模型得到的块体水平运动图像也是不一样的,这在地壳水平运动分析中需加以重视。

另外,依据 GNSS 水平运动场求解块体欧拉矢量的模型有多种(李延兴等,2004;黄立人等,1998;彭兵,2005),考虑的参数也有所不同。本文限于篇幅,仅选取了两个较为常用的模型加以讨论,但整个分析过程是相通的。

参考文献

- 黄立人、马青, 1998, 构造块体在球面上的运动及参数的确定,地壳形变与地震,18(3),19~25。
 李延兴、李智、张静华等, 2004, 中国大陆及周边地区的水平应变场,地球物理学报,47(2),222~231。
 赖锡安、黄立人、徐菊生等, 2004, 中国大陆现今地壳运动,北京:地震出版社。
 牛之俊、马宗晋、陈鑫连等, 2002, 中国地壳运动观测网络,大地测量与地球动力学,22(3),88~93。
 彭兵, 2005, 利用 GPS 速度场求解构造块体的运动参数,测绘科学,30(6),33~34。
 占伟、杨博、张风霜等, 2011, GNSS 参考框架点的选取对时序位移的影响,大地测量与地球动力学,31(1),91~94。
 杨国华、江在森、武艳强等, 2005, 中国大陆整体无旋转基准及其应用,大地测量与地球动力学,25(4),6~10。
 Dong D, Fang P, Bock Y, et al, 2002, Anatomy of apparent seasonal variations from GPS-derived site position time series, J Geophys Res,107(B4),2075, doi:10.1029/2001JB000573。
 Fu Y, Zhu W, Wang X, et al, 2002, Present-day crustal deformation in China relative to ITRF97 kinematic plate model, Journal of Geodesy, 76,216~225。

- Matsu'ura M, Tantomoto T, Lwasaki T, 1981, Quasi static displacements due to faulting in a layered half-space with an intervenient viscoelastic layer, *J Phys Earth*, **29**, 23 ~ 54.
- McClusky S, Boassanian S, Barka A, et al, 2000, Global Positioning System constraints on Late Kinematics and dynamics in the eastern Mediterranean and Caucasus, *J Geophys Res*, **105** (B3), 5695 ~ 5719.
- Nocquet J, Calais E, Altamimi Z, et al, 2001, Intraplate deformation in western Europe deduced from an analysis of the International Terrestrial Reference Frame 1997 (ITRF97) velocity field, *J Geophys Res*, **106** (B6), 11239 ~ 11257.
- Pollitz F, 1992, Postseismic relaxation theory on the spherical earth, *Bull Seis Soc Am*, **82** (1), 422 ~ 453.
- Yang Y, Liu M, 2002, Deformation of convergent plates: Evidence from discrepancies between GPS velocities and rigid-plate motions, *Geophys Res Lett*, **29** (10), 1472, doi:10.1029/2001GL013391.

Effect of solving models on Euler vector

Zhan Wei¹⁾ Wu Yanqiang²⁾ Ding Xiaoguang³⁾ Wang Ziyang⁴⁾ Liu Zhiguang¹⁾
Meng Xiangang¹⁾

- 1) First Crust Monitoring and Application Center, CEA, Tianjin 300180, China
- 2) Institute of Earthquake Science, CEA, Beijing 100036, China
- 3) Earthquake Administration of Shaanxi Province, Xi'an 710068, China
- 4) Earthquake Administration of Fujian Province, Fuzhou 350003, China

Abstract In the process of solving Euler vector basing on GNSS horizontal movement field, the number of estimated parameter can affect the results of Euler vector. This issue is analyzed through theoretical deduction and practical example in this paper. Firstly, the difference between the results of Euler vector in different solving models is deduced. Meanwhile, basing on GNSS horizontal movement field in Chinese mainland from 2004 to 2007, two common models (RRM and REHSM) were used to discuss the impact of solving model on Euler vector and follow-up study. The result shows that the maximum value of the difference in block's entire rotation can reach $2.6\text{mm}\cdot\text{a}^{-1}$, and it should not be ignored. Therefore, the results of horizontal movement are different when different kinematic block models are used, and it should be paid more attention to in the analysis of crustal horizontal movement.

Key words: GNSS horizontal movement field Euler vector Solving model Strain